II]1/a- • par hypothèse $N \in med[HC]$ donc $NC=NH$ (3).

• par hypothèse $M=S_{(HC)}(N)$ alors $(HC) = med[MN]$

d'où $HM=HN$ (4) et $CM=CN$ (5)

Par suite (3), (4) et (5) donnent $NC=NH=HM=CM$

signifie que HMCN est un losange.

b- HMCN est un losange $\Rightarrow (MH) // (NC)$

Or $(CN) = (CB)$ sui est $\perp$ à (AB)

on conclu que $(MH) \perp (AB)$ en H (car $H \in (AB)$)

d'où H est le projeté orthogonal de M sur (AB)

par suite $MH=d(M,(AB))$ (la distance entre M et (AB))

D'où $MC = d(M,(AB))$ car $MC=MH$

signifie que $M \in$ $\mathscr{P}$ la parabole de foyer C et de directrice (AB).

c- ABCD est un carré $\Rightarrow$ $\begin{cases} DA = DC \\ A \text{ est le projeté orthogonal de D sur la directrice (AB) de } \mathscr{P} \end{cases}$

$\Rightarrow DC = AD = d(D,(AB))$

$\Rightarrow D \in \mathscr{P}$

A est le projeté orthogonal de D sur la directrice (AB) de $\mathscr{P}$

$\overset{th}{\Rightarrow}$ la tangente à $\mathscr{P}$ en D est la médiatrice de [AC]

$\Leftrightarrow$ la tangente à $\mathscr{P}$ en D est la droite (DB).

2/ ▸ La perpendiculaire à (AB) en L coupe (AC) en G.

$\Rightarrow$ L est le projeté orthogonal de G sur (AB).

$\Rightarrow d(G,(AB)) = GL$.

▸▸ $(GL) \perp (AB)$ et $(CB) \perp (AB)$ donnent $(GL) // (BC)$

$\Rightarrow \widehat{GLC} = \widehat{LCB}$

(secteurs alternes internes)

Or $\widehat{LCB} = \widehat{LCG}$ (car [CL) est la biscectrice interieur de [CA, CB])

Par suite $\widehat{GLC} = \widehat{LCG}$ d'où LCG est un triangle isocèle en G

alors $GL = CG$

$\Rightarrow d(G,(AB)) = CG$

$\Rightarrow G \in \mathscr{P}$

3/a- Soit M un point de $\mathscr{P}$ donc $d(M,(AB)) = MC$.

Posons M'=f(M).